

**mgr inż. Adam Zieliński**  
**prof. ndzw dr hab. inż. Maria Kaszyńska**  
Zachodniopomorski Uniwersytet Technologiczny w Szczecinie

## **Analiza procesu pękania betonów samozagęszczalnych w wyniku oddziaływań skurczowych**

Analysis of Shrinkage Cracking for self-compacting concrete

### **Streszczenie**

Ocenę podatności betonu na pęknięcie wykonano na podstawie badań doświadczalnych skurczu ograniczonego przeprowadzonych zgodnie z amerykańską metodą wg ASTM 1581-09 oraz zmodyfikowaną przez autorów metodą pomiaru skurczu liniowego z wykorzystaniem czujników laserowych. Dodatkowo przeprowadzono badania właściwości reologicznych mieszanek betonowych oraz właściwości mechanicznych betonu: wytrzymałości na ściskanie, wytrzymałości na rozciąganie i modułów sprężystości.

Badania wykonano na trzech wysokowartościowych betonach samozagęszczalnych, wykonanych na bazie kruszywa naturalnego i sztucznego. Wyniki przeprowadzonych badań, które posłużyły do określenia zmian objętościowych badanych betonów, wykorzystane zostały jako parametry wyjściowe do modelu stochastycznego, który pozwala oszacować prawdopodobieństwo pęknięcia betonu w czasie. Do przeprowadzenia symulacji komputerowych wykorzystano komercyjne oprogramowanie *@Risk*, wykorzystujące metodę Monte Carlo. Wartości wytrzymałości na rozciąganie, modułu sprężystości oraz skurczu zaczynu cementowego zdefiniowano jako zmienne losowe.

### **Abstract**

The paper is focused on analysis of concrete cracking due to retrained shrinkage according to ASTM 1581-09 and also using a modified linear shrinkage measurement method with laser sensors, modified by the authors. In addition, the rheological properties of concrete mix were tested including compressive strength, tensile strength and modulus of elasticity. The test results served as a basis for volumetric change analysis and they were used for the development of a stochastic model for prediction of probability of concrete cracking as a function of time. Monte Carlo computer simulations were performed using a program by *@Risk*. Tensile strength, modulus of elasticity and shrinkage of cement paste were treated as random variables.

# 1. Wprowadzenie

Betony samozagęszczalne (SCC) to betony nowej generacji charakteryzujące się wysoką płynnością pod wpływem ciężaru własnego, stabilnością mieszanki czyli odpornością na segregację składników w procesie mieszania i betonowania.

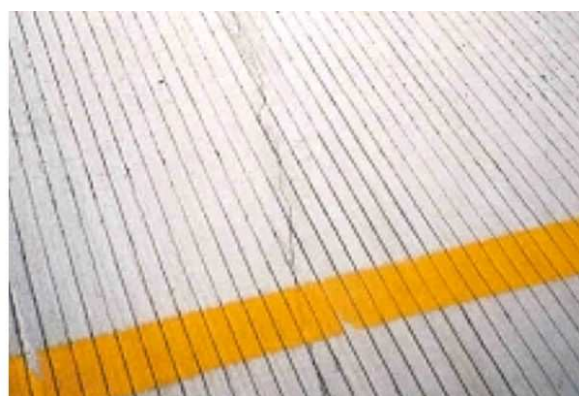
Zastosowanie betonów SCC skraca proces technologiczny betonowania o ok. 20 %, wyeliminowuje procesy mechanicznego zagęszczenia mieszanki betonowej a tym samym eliminuje hałas od drgań vibracyjnych. Betony samozagęszczalne zostały wdrożone przede wszystkim w gęstobrojonach, sprężonych konstrukcjach betonowych monolitycznych i prefabrykowanych. To płyty mostowe, stropy wielkopowierzchniowe, posadzki, płyty drogowe. Takie wyroby muszą charakteryzować się niską przepuszczalnością, wysoką odpornością na ścieranie, doskonałą trwałością i długą żywotnością konstrukcji.

Wysokowartościowe betony samozagęszczalne charakteryzują się współczynnikiem wodno-cementowym poniżej 0,4 i zastosowaniem dodatków mineralnych. Taki beton staje się bardziej podatny na zjawisko skurczu wewnętrznego nieodwracalnego a tym samym na wzrost ryzyka rysowania i pęknięcia [1].

Konstrukcje z betonu zwykłego użytkowane przez szereg lat mogą utracić trwałość z wielu przyczyn: cykliczne zmiany objętościowe związane z rozszerzalnością termiczną, zmiana warunków eksploatacyjnych, korozja karbonatyzacyjna, pełzanie, skurcz betonu. W elementach konstrukcyjnych wykonanych z wysokowartościowych betonów samozagęszczalnych, zauważono już w pierwszym roku od wykonania pojawienie się zarysowań i spękań powierzchniowych oraz strukturalnych, rys. 1. Tak krótki okres użytkowania bez zwiększenia oddziaływań eksploatacyjnych, skłania do postawienia hipotezy nad destrukcyjnym oddziaływaniem kombinacji skurczu i naprężeń termicznych na samoistne pęknięcie konstrukcji [2].



a)



b)

Rys. 1 Zarysowanie płyt betonowych mostowych na moście w New Jersey: a) regularne zarysowanie poprzeczne, b) zbliżenie na trawersę zarysowania płyty mostowej [2].

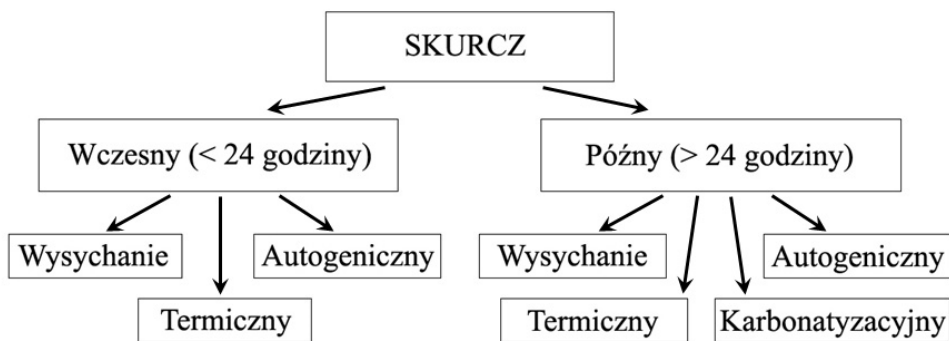
W ostatnich latach w wielu ośrodkach naukowych na świecie prowadzone są intensywne prace badawcze dotyczące wpływu skurczu wewnętrznego (autogenicznego) na zarysownię betonu spowodowane zmianami termiczno-wilgotnościowymi twardniejącego betonu. Uważa się, że wraz z wyższą zawartością cementu w mieszance betonowej i ze wzrostem temperatury w czasie dojrzewania wzrasta skurcz autogeniczny. Z jednej strony samoosuszanie jest większe im niższa jest wartość stosunku wodno-cementowego więc skurcz autogeniczny powinien być większy w betonach wysokowartościowych. Z drugiej strony zaczyn cementowy o niższym w/c ma bardziej sztywną mikrostrukturę. Dodatkowo

istotny wpływ na wartość skurczu w betonach nowej generacji ma stosowanie dodatków mineralnych i domieszek chemicznych [3], [4], [5].

W ramach pracy przeprowadzono obszerne badania nad właściwościami reologicznymi i wytrzymałościowymi zaprojektowanych samozagęszczalnych mieszanek betonowych. Metody tradycyjne pomiaru skurczu betonu – metoda Amslera, metoda Krauf-Kaufmana, są metodami uniemożliwiającymi pomiar skurczu autogenicznego oraz podatność betonu na pękanie. Ocenę podatności na pękanie przeprowadzono metodą zgodną z normą ASTM 1581-09. Otrzymane wyniki porównano z wynikami skurczu swobodnego mierzonego z wykorzystaniem czujników laserowych dla próbek o tym samym kształcie co wg metody ASTM. Do oceny prawdopodobieństwa pękania betonu w wyniku skurczu wykorzystano oprogramowanie @Risk wykorzystujące probabilistyczną metodę Monte Carlo. Otrzymane wyniki porównano z klasyfikacją podatności na pękanie betonów wg ASTM.

## 2. Procesy skurczu i pękania w betonach samozagęszczalnych

Skurcz betonu samozagęszczalnego odbywa się w dwóch odrębnych etapach: wczesny (do 24 godzin od betonowania) oraz późny (po 24 godzinach od betonowania). Rodzaje skurczu przedstawia rys. 2. Metody badawcze w polskich normach analizują skurcz dopiero w drugim etapie. Pomiar skurczu odbywa się na próbkach prostopadłościennych rozformowywanych po 1 dniu od betonowania, kiedy beton już związał i jest w stwardniałej postaci. Dodatkowo normy nie analizują sposobu zaizolowania powierzchni, tym samym w czasie badania jest mierzony skurcz całkowity. Takie metody badawcze eliminują poznanie przyczyn rysowania i pękania betonów wysokowartościowych, ponieważ problem jest zdecydowanie bardziej złożony. [4]



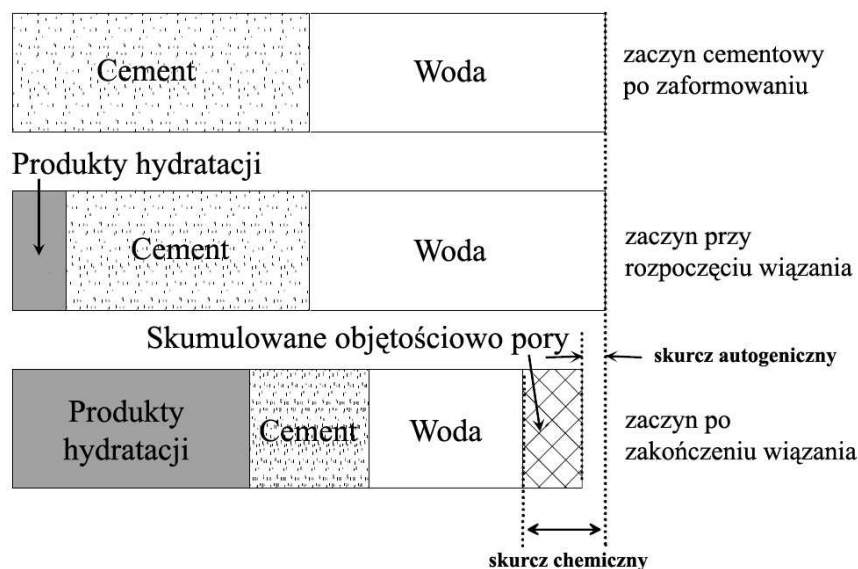
Rys. 2 Diagram etapów i rodzajów skurczu w betonach samozagęszczalnych. [4]

Pierwsze zmiany objętościowe mogą zachodzić już w chwili zaformowania betonu, kiedy nie rozpoczęły się jeszcze fazy wiązania ani twardnienia zaczynu cementowego. Proces ten nazywany jest skurczem plastycznym, ale tak naprawdę jest skurczem od wysychania mieszanki betonowej przebywającej w fazie plastycznej. Jest to bardzo niebezpieczny okres ponieważ beton o 100 % wilgotności własnej zaczyna wyrównywać wilgotność z otoczeniem. Dodatkowo dochodzi również gradient temperatury między mieszanką betonową a otoczeniem, który może spowodować przyspieszenie wysychania. W tym czasie beton jest najbardziej narażony na zarysowanie plastyczne, które z powierzchniowego przenika w strukturę aż do całłościowego pęknięcia przekroju. Skurcz plastyczny jest skurczem odwracalnym o ile zostanie odpowiednio wcześniej zauważony i zabezpieczony. Oddziaływanie skurczu plastycznego przedstawia rys.3.



Rys. 3 Pęknięcia powierzchniowe betonu spowodowane powierzchniowym skurczem porów kapilarnych w wyniku intensywnego wysychania. [6], [7]

Skurcz plastyczny można wyeliminować przez odpowiednie zabezpieczenie powierzchni betonu mającej kontakt z otoczeniem. Dla takich betonów pierwsze zmiany objętościowe będą zachodzić dopiero od chwili rozpoczęcia wiązania zaczynu cementowego. Proces zmiany objętości w wyniku skurczu wewnętrznego – autogenicznego został przedstawiony na rys. 4.



Rys. 4 Reakcje powodujące skurcz autogeniczny i skurcz chemiczny. [8]

Skurcz autogeniczny rozpoczyna się i jest najbardziej intensywny w czasie wiązania betonu. Jest wynikiem reakcji hydratacji cementu, którego produkty zmniejszają swoją objętość w stosunku do objętości materiałów biorących w niej udział. Powoduje powstanie napięć kapilarnych w porach matrycy cementowej, tym większych, im większy jest deficyt wody do hydratacji. Meniski zaczynają gwałtownie przekształcać się w bardzo drobne kapilary, które w szybkim tempie ulegają suszeniu wywołując wysokie naprężenia rozciągające, a tym samym skurcz. Skurcz autogeniczny jest nieodwracalny, może powodować mikro spękania strukturalne.

Skurcz etapu późnego (po 24 od betonowania) to głównie skurcz od wysychania i skurcz termiczny. Skurcz od wysychania dotyczy związanego betonu, który po rozformowaniu wyrównując wilgotność z otoczeniem zmniejsza swoją objętość. Skurcz od wysychania jest częściowo odwracalny. Jego zmniejszenie powoduje wodna pielęgnacja powierzchniowa. Pielęgnacja jest bardzo ważnym etapem technologicznym zwłaszcza w pierwszych godzinach i dniach kontaktu powierzchni betonu z otoczeniem. Zmniejsza naprężenia własne betonu,

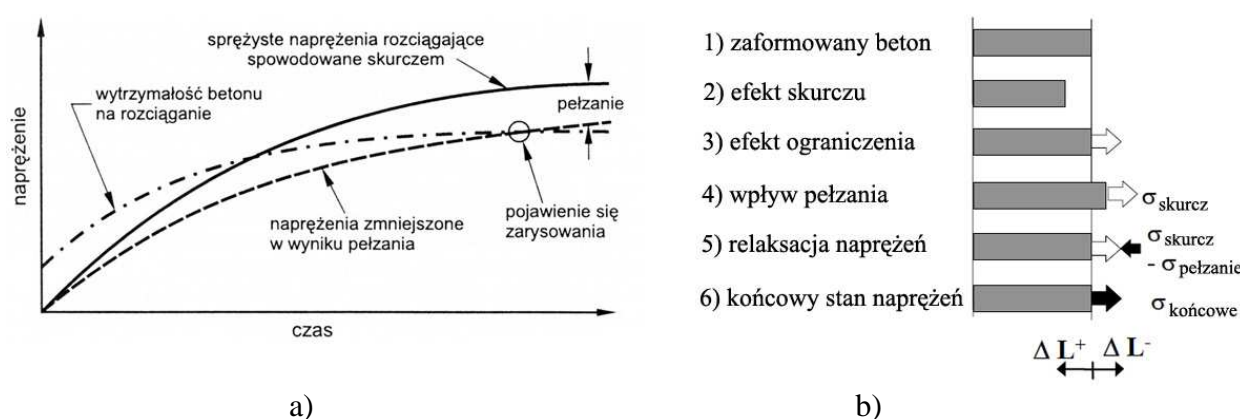
który nie dojrzał do maksymalnych parametrów wytrzymałościowych. Brak pielęgnacji w początkowej fazie twardnienia może bezpośrednio przyczynić się do rozwoju zarysowania i pęknięcia powierzchni betonu. Skurcz termiczny jest związany z rozszerzalnością termiczną materiału i zwiększa się w raz ze spadkiem temperatury otoczenia. Zakres oddziaływania skurczu przedstawia równanie (1).

$$\varepsilon_c = \varepsilon_a + \varepsilon_w + \varepsilon_t + \varepsilon_k \quad (1)$$

gdzie:

$\varepsilon_c$  – skurcz całkowity [m/m],  $\varepsilon_a$  – skurcz autogeniczny [m/m],  $\varepsilon_w$  – skurcz od wysychania [m/m],  $\varepsilon_t$  – skurcz termiczny [m/m],  $\varepsilon_k$  – skurcz karbonatyzacyjny [m/m].

Skurcz całkowity jest sumą etapu wczesnego i późnego skurczu. Jeżeli naprężenia własne nim spowodowane przekroczą wytrzymałość betonu na rozciąganie, powierzchnia i struktura betonu ulegnie zarysowaniu a w konsekwencji pęknięciu. Jest to szczególnie ważne w przypadku betonów samozagęszczalnych, których wydłużalność (rozciągliwość) jest mniejsza niż betonów zwykłych. Schemat procesu powstawania zarysowania betonu przedstawia rys. 5.



Rys. 5. Schemat procesu powstawania rys w sytuacji, gdy naprężenia rozciągające powstałe skutkiem ograniczenia skurczu łagodzone są przez pełzanie: a) przebieg naprężeń, b) koncepcyjny przebieg relaksacji. [5]

Obliczenie naprężeń własnych od skurczu w betonie jest problematyczne. Beton jak na rys. 6b) podlega zmiennym w czasie zjawiskom pełzania i relaksacji naprężeń. Rozwój naprężeń w betonie poddanemu skurczowi ograniczonemu można opisać równaniem (2). [3]

$$\varepsilon_{\text{permit}}(t) = \int_0^t \left[ \left( \frac{1}{E_{\sigma}(\xi)} + \frac{1}{E_c} \phi(t, \xi) \right) \frac{d\sigma(\xi)}{d\xi} + \alpha(\xi) \right] \cdot d\xi \quad (2)$$

gdzie:

$\varepsilon_{\text{permit}}(t)$  – całkowity skurcz jaki może wystąpić w ograniczonym elemencie,  $E_{\sigma}(\xi)$  – moduł sprężystości zależny od czasu,  $E_c$  – referencyjny moduł sprężystości (wartość dla 28 dni),  $\phi(t, \xi)$  – współczynnik pełzania,  $\alpha(\xi)$  – różnica skurczu zależna od czasu (t).

Równanie (2) daje możliwość równoczesnego rozpatrywania skomplikowanych zależności materiałowych, ale w obecnej formie nie uwzględnia gradientu wilgotności, nie pozwala na analizę materiału w skali makro i nie uwzględnia mikro spękań. Pozwala natomiast, na uwzględnienie losowych aspektów w analizie rozwoju wytrzymałości i naprężeń w betonie i przewidywanie zjawiska pęknięcia w betonie. Porównując przyrost naprężeń z rozwojem wytrzymałości na rozciąganie, oszacować można, czy dany beton jest podatny na pęknięcie.



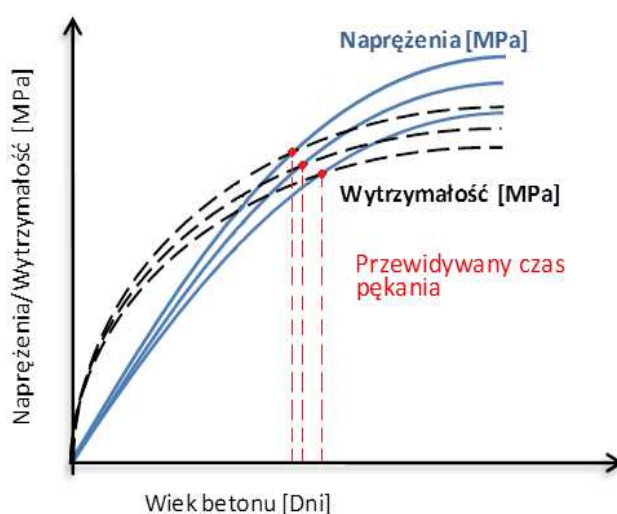
Teoretycznie, należałoby oczekiwać, iż beton pęknie, kiedy rozwój naprężeń własnych przekroczy wytrzymałość materiału na rozciąganie lub też kiedy stosunek naprężeń wewnętrznych w betonie do wytrzymałości na rozciąganie przekroczy wartość jedności ( $\theta_{cr}(t) \geq 1$ ), jak opisano równaniem (3). [3]

$$\theta_{cr}(t) \geq \frac{\sigma(t)}{f_{ct}(t)} \quad (3)$$

gdzie:

$\theta_{cr}(t)$  – współczynnik podatności na pękanie, [-],  $\sigma(t)$  – naprężenia wewnętrzne, [MPa],  $f_{ct}(t)$  – wytrzymałość na rozciąganie, [MPa].

To teoretyczne, deterministyczne założenie dotyczące czasu pękania schematycznie pokazane zostało na rys. 5a jako punkt przecięcia dwóch krzywych. O zjawisku pękania w betonie dodatkowo decydują także między innymi sztywność materiału, przyrost i wielkość skurczu, relaksacja naprężeń oraz wytrzymałość. W rzeczywistości jednak, przewidywanie zjawiska pękania jest o wiele trudniejsze, jako że heterogeniczna natura materiału nie pozwala na jednoznaczne określenie rozwoju danego parametru materiałowego w czasie. Zatem, jeśli zostaną uwzględnione niepewności związane z właściwościami materiału, zmienne warunki środowiska, czy ograniczenia konstrukcyjne, zamiast pojedynczej krzywej wzrostu naprężeń i wytrzymałości, należałoby posługiwać się raczej zakresem o określonej granicy górnej i dolnej. Tego typu losowe podejście zostało schematycznie pokazane na rys. 6. W tym przypadku, uwzględniona została zmienność parametrów, ale przewidywany czas pękania nie jest już jednoznacznie określony pojedynczym punktem przecięcia krzywych, lecz szerokim przedziałem czasowym (Rys. 7). [9]



Rys. 6. Przyrost wytrzymałości i naprężeń w betonie w czasie – analiza losowa. [9]

Zatem naprężenia własne wywołane skurczem całkowitym będącym połączeniem wielu skurczów zachodzących równocześnie wraz z czynnikami materiałowymi i środowiskowymi zachodzącymi później niż na etapie dojrzewania betonu mogą wywołać zarysowanie i pękanie konstrukcji nawet po kilku miesiącach i latach od betonowania.

### 3. Skład mieszanek betonowych

Badane mieszanki betonowe zostały wykonane z cementu portlandzkiego CEM I 42,5R (wg EN 197-1:2000), popiołu lotnego, pyłu krzemionkowego, superplastyfikatora Sika

ViscoCrete 3, lekkiego kruszywa Pollytag frakcji 0÷4 mm i 4÷8 mm oraz kruszywa naturalnego frakcji 0÷2 mm (kruszywo drobne) i 2÷8 mm (kruszywo grube). Pollytag to lekkie kruszywo pozyskiwane poprzez modyfikację termiczną i spiekanie popiołu lotnego w temperaturze 1000 °C ÷ 1350 °C. Podczas projektowania recept badanych betonów - przy stałej ilości zaczynu, przyjęto zmienną proporcję kruszywa lekkiego oraz kruszywa naturalnego. Współczynnik w/c dla wszystkich mieszanek wynosi 0,34 a w/b - 0,28. Skład betonu lekkiego został oparty na modyfikacji recepty mieszanki betonowej SCC. Skład mieszanek przedstawiono w tabeli 1.




Tabela 1 Skład samozagęszczalnych mieszanek betonowych.

Beton	Cement [kg/m <sup>3</sup> ]	Dodatki [kg/m <sup>3</sup> ]		Woda [kg/m <sup>3</sup> ]	SP [kg/m <sup>3</sup> ]	Kruszywo [kg/m <sup>3</sup> ]			
		Popiół lotny	Pył krzem.			Naturalne		Pollytag	
						0-2	2-8	0-2	4-8
M-1	450	72	38	155	11	624	1072	-	-
M-2	450	72	38	155	7,65	624	-	-	540
M-3	450	72	38	155	7,65	-	-	310	540

#### 4. Reologia, gęstość i właściwości wytrzymałościowe betonów

Reologie betonów samozagęszczalnych przebadano wg normy PN-EN 206/14. Na podstawie wyników badań reologicznych sklasyfikowano badane mieszanki betonowe jako samozagęszczalne - tabela 2.

Tabela 2 Wyniki badań właściwości reologicznych mieszanek betonowych.

Nr	Płynność Rozpływ		Przepływalność J-pierścień			Lepkość				Wskaźnik wizualnej stabilności VSI	
	Ø <sub>roz</sub> [m]	Klasa	T <sub>500</sub> [s]	Ø <sub>rozp</sub> [m]	Klasa	Rozpływ		V-lejek		Wizualizacja	Klasa
						T <sub>500</sub> [s]	Klasa	tv [s]	Klasa		
M-1	0,66	SF2	13,5	0,58	PJ2	5,0	VS2	15,9	VF2		VS10
M-2	0,76	SF2	4,0	0,76	PJ2	3,5	VS2	8,9	VF1		VS10
M-3	0,61	SF1	6,0	0,60	-	5,0	VS2	17,6	VF2		VS10

Wytrzymałość na ściskanie, wytrzymałość na rozciąganie i moduł sprężystości betonu badano po 1, 7 i 28 dni po stwardnieniu oraz w dzień ( $t_{cr}$ ), w którym konkretny pierścień pękał. Wyniki testów przedstawiono w tabeli 3.

Tabela 3 Wyniki badań wytrzymałościowych i gęstości objętościowej betonów SCC.

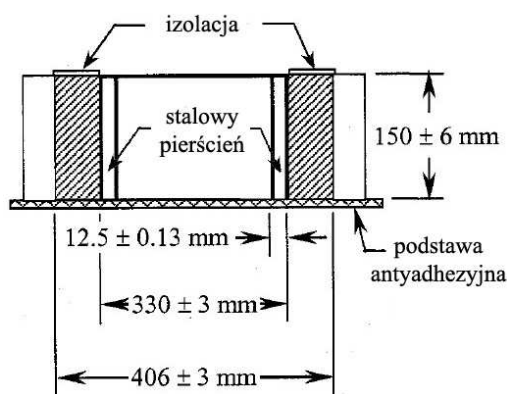
Nr betonu		M-1	M-2	M-3
Ilość dni od betonowania do pęknięcia próbek wg ASTM		3 dni	7 dni	5 dni
f <sub>cm,10x10</sub> [MPa]	po 1 dniu	49,9	22,9	26,0
	w dniu pęknięcia	72,4	47,8	35,4
	po 7 dniach	83,6	46,3	38,3
	po 28 dniach	99,8	53,5	44,2
f <sub>ct,sp</sub> [MPa]	po 1 dniu	3,06	1,93	2,06
	w dniu pęknięcia	3,65	2,34	1,81
	po 7 dniach	3,82	2,41	1,88
	po 28 dniach	5,01	3,56	2,14
f <sub>ct</sub> [MPa]	w dniu pęknięcia	3,28	2,12	1,63
	po 28 dniach	4,51	3,21	1,93
E <sub>cm</sub> [GPa]	po 7 dniach	31,16	17,70	9,87
	po 28 dniach	38,25	20,28	10,01
f <sub>cm,15x15</sub> [MPa]	po 28 dniach	90,60	48,63	42,67
Klasa betonu		C70/85	LC35/38	LC35/38
ρ <sub>b</sub> [kg/m <sup>3</sup> ]		2331	1782	1586
Klasyfikacja		beton zwykły	beton lekki kl. D1,8	beton lekki kl. D1,6

## 5. Ocena podatności na pęknięcia wg ASTM

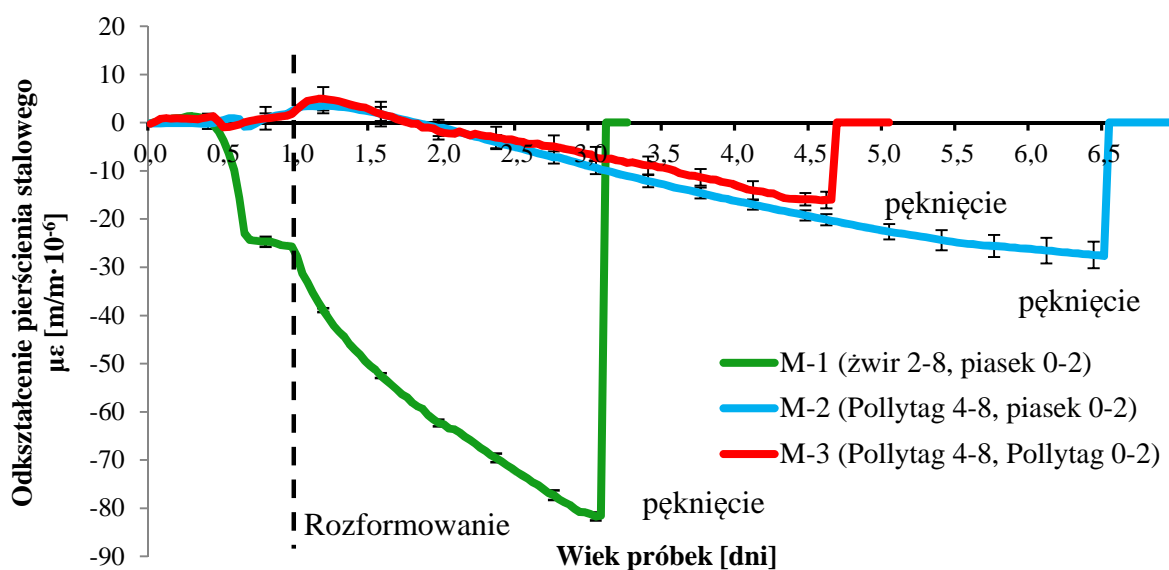
Metoda pierścieniowa to w pełni skomputeryzowana metoda pomiaru oddziaływania skurczu betonu. W metodzie nie mierzony jest bezpośrednio skurcz betonu, natomiast jego oddziaływanie na pierścień stalowy. Czujniki tensometryczne naklejone na wewnętrzną powierzchnię stalowego pierścienia pomiarowego rejestrują dokładny przebieg oddziaływania skurczu na ten pierścień w funkcji czasu oraz pozwalają określić czas pęknięcia a tym samym podatność betonu na pęknięcie. Przekrój stanowiska badawczego oraz widok na próbkę przedstawiono na rys. 7. [10]

Podstawowe badania przeprowadzono każdorazowo na 3 próbkach betonowych, na mieszankach M-1, M-2 i M-3. Badanie zostało podzielone na dwa etapy. Pierwszy etap to pomiar oddziaływania skurczu autogenicznego przez pierwszą dobę od betonowania, natomiast drugi etap to rozformowanie zewnętrznego pierścienia osłonowego i pomiar oddziaływania sumy skurczów na pierścień pomiarowy do utraty nośności przez próbkę betonową czyli do pęknięcia. Rezultat testów został przedstawiony na rys. 8. [11], [12]





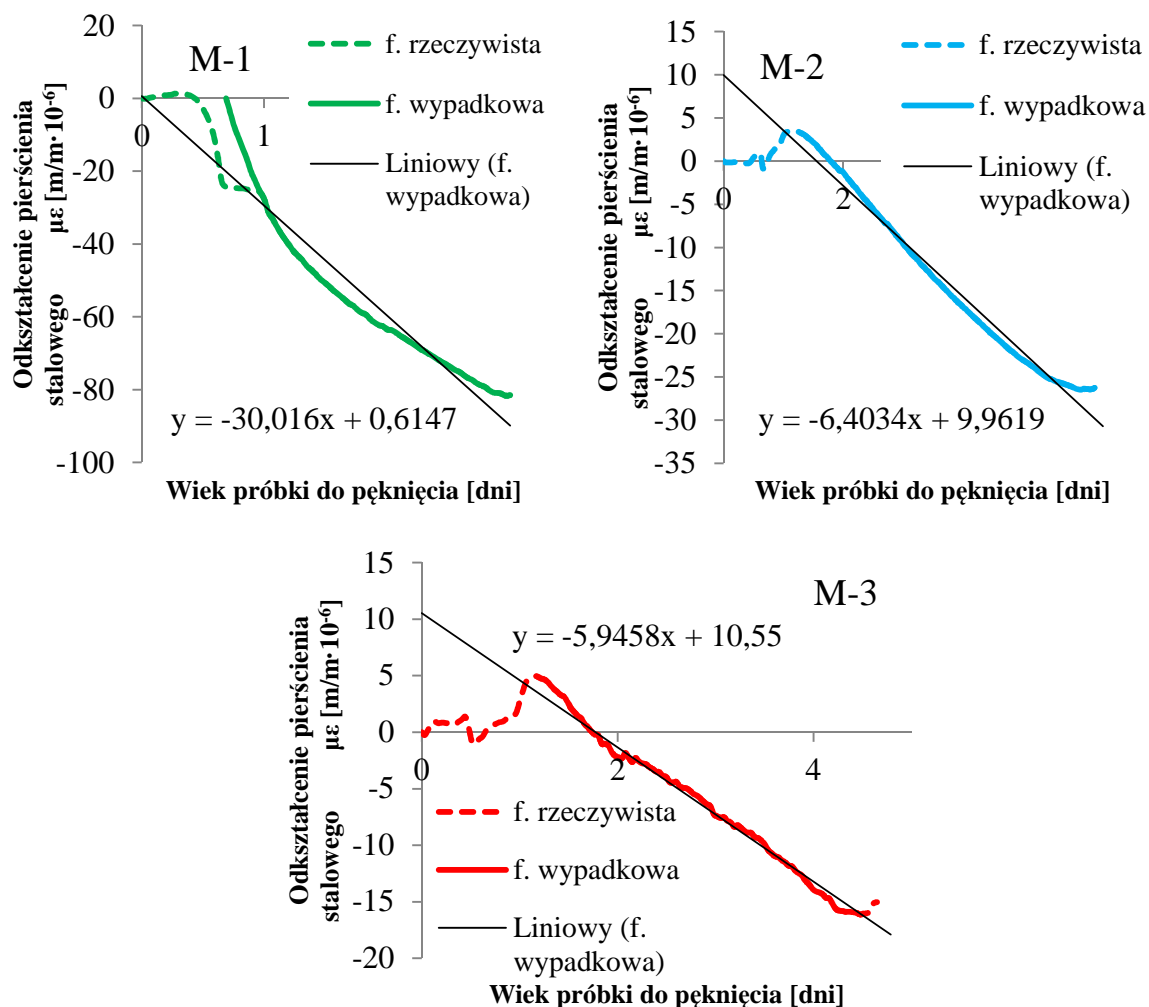
Rys. 7 Pomiar oddziaływania skurczu ograniczonego wg ASTM C 1581-09 C: a) przekrój przez stanowisko badawcze, b) próbka po pęknięciu - zakończeniu badania.



Rys 8. Przebieg oddziaływań skurczowych badanych betonów.

Rys. 8 przedstawia średnią wartość oddziaływania skurczu betonu wraz z odchyleniem standardowym. Analizując rozwój oddziaływania skurczu betonów w przedziale czasu do pęknięcia warto zauważyć, że pomiary charakteryzują się pewnym rozrzutem i niepewnością pomiarową. Odchylenie standardowe dla betonu M-1 równe  $2 \mu\text{m/m}$  jest mniejsze niż dla betonu M-2, dla którego wynosi  $4 \mu\text{m/m}$  oraz od betonu M-3, dla którego wynosi  $5 \mu\text{m/m}$ . Jest to duża różnica wynikająca z faktu, że maksymalne oddziaływanie skurczowe w chwili pęknięcia betonu M-1 wynosi  $-81,6 \mu\text{m/m}$  a dla pozostałych betonów odpowiednio  $-26,5 \mu\text{m/m}$  i  $-16,1 \mu\text{m/m}$ . Oznacza to, że betony wykonane na kruszywie naturalnym cechuje większa powtarzalności i mniejszy rozrzut wartości skurczu. Największe tempo a zarazem największe oddziaływanie skurczu wykazuje beton M-1. Mieszanka M-2 z grubym kruszywem lekkim i naturalnym drobnym pęka dopiero po ponad 6 dniach od betonowania, a beton M-3 na kruszywie lekkim pęka przy najmniejszych odkształceniach pierścienia pomiarowego po ok. 4 dniach od betonowania.

W celu wyznaczenia podatności na pękanie obliczono tempo przyrostu oddziaływania skurczu przy pomocy współczynników kierunkowych funkcji regresji liniowej na podstawie rys. 9. Następnie wyliczono i sklasyfikowano podatność badanych betonów na pękanie – tabela 4.



Rys. 9 Wykresy regresji liniowej tworzone na funkcjach wypadkowych od czasu wzrostu oddziaływania skurczu przez wysychanie do pęknięcia próbek betonowych.

Tabela 4 Klasyfikacja podatności na pękanie badanych betonów wg ASTM.

Nr betonu	M-1			M-2			M-3		
Nr próbki	A	B	C	A	B	C	A	B	C
$t_{cr}, t_{end}$ [dzień]	2,18	2,32	2,48	5,25	5,62	5,84	3,08	4,19	3,93
$t_{cr, \bar{s}r}$ [dzień]	2,33			5,57			3,73		
$q$ [MPa/dzień]	0,731	0,708	0,691	0,101	0,098	0,096	0,119	0,105	0,108
$S$ [MPa/dzień]	0,710			0,098			0,111		
Klasa podatności na pękanie	Wysoka			Umiarkowanie wysoka			Wysoka		

gdzie:

$t_{cr}, t_{end}$  – przedział czasu liczony od momentu oddziaływania skurczowego do pęknięcia próbek,  $q$  – tempo przyrostu odkształceń w każdej próbce,  $S$  – średnie tempo przyrostu naprężeń dla badanej partii betonu.

Klasyfikacja podatności na pękanie betonów M-1 i M-3 jest wysoka, w związku z krótkim przedziałem czasowym od rozformowania do pęknięcia. Beton M-2 wykazał najmniejszą

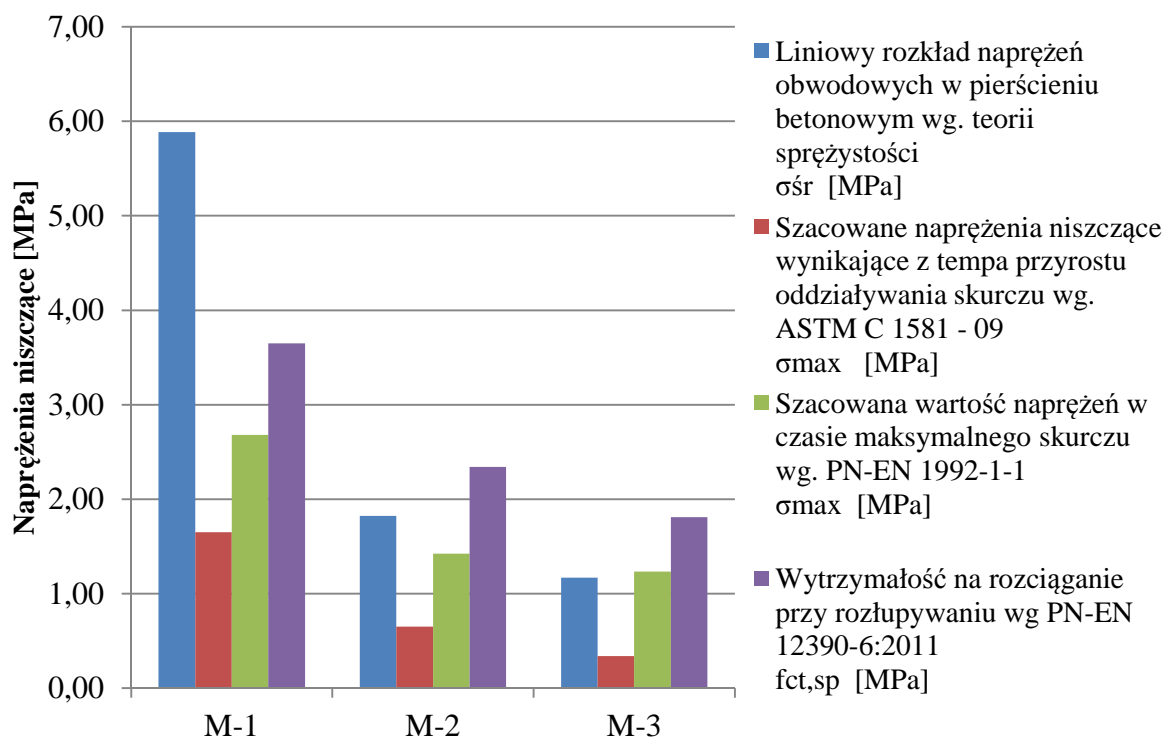
podatność na pękanie ponieważ pękał dopiero po ok. 6,5 dniach od betonowania przy odkształceniach zbliżonych do M-3. Zgodnie z normą ASTM został zakwalifikowany do klasy umiarkowanie wysokiej.

Na rys. 10 przedstawiono zestawienie naprężeń niszczących próbki betonowe wyznaczone na podstawie badań wytrzymałościowych rozciągania przy rozłupywaniu, wg PN-EN 1992-1-1, wg ASTM oraz wyliczonych na podstawie równania (4) wynikającego z naprężeń obwodowych w próbkach pierścieniowych wg teorii sprężystości.

$$\sigma_{max} = -\varepsilon_{ps} \cdot E_s \cdot \frac{(R_{wb} - R_{ws})}{2(R_{zb} - R_{wb})} \cdot \left(1 + \frac{R_{wb}^2 + R_{zb}^2}{2R_{zb}^2}\right) \quad (4)$$

gdzie:

$\sigma_{max}$  – maksymalne naprężenia w betonie w chwili pękania, [MPa],  $\varepsilon_{ps}$  – odkształcenia pierścienia stalowego w chwili pękania betonu, [ $\mu\text{m}/\text{m}$ ],  $E_s$  – moduł Younga (moduł sprężystości podłużnej) stali,  $E_s = 210\text{GPa} = 21000\text{ kN}/\text{cm}^2$ ,  $R_{wb}$  – promień wewnętrzny pierścienia betonowego,  $R_{wb} = 16,50\text{ cm}$ ,  $R_{zb}$  – promień zewnętrzny pierścienia betonowego,  $R_{zb} = 20,00\text{ cm}$ ,  $R_{ws}$  – promień wewnętrzny pierścienia stalowego,  $R_{ws} = 15,25\text{ cm}$ .



Rys. 10 Porównanie naprężeń niszczących w chwili pękania próbek betonowych wyznaczonych 4 niezależnymi metodami teoretycznymi i praktycznymi.

Na podstawie rys.10 można zauważyć zdecydowaną rozbieżność pomiędzy wynikami, zwłaszcza wyliczonymi wg teorii sprężystości a metody ASTM. Wzory teorii sprężystości traktują beton jako jednorodny materiał. Nie uwzględniają m.in.: czasu dojrzewania, wilgotności, pęcznienia, temperatury, ciepła hydratacji. W związku z tym liczone wyniki są wyłącznie szacunkiem obarczonym dużym błędem pomiarowym. Wyniki wg ASTM są niedoszacowane. Najbardziej zbliżone do wyników badań niszczących są wartości naprężeń obliczone wg PN-EN 1992-1-1.

## 6. Badania skurczu swobodnego

Do badań zastosowano autorskie stanowisko badawcze, które adoptuje pod względem geometrycznym, warunków dojrzewania, późniejszego dojrzewania metodę wg ASTM C 1581-09. Zamiast sztywnego pierścienia stalowego zastosowano bardzo elastyczny i podatny pierścień silikonowy, który nie wprowadza do próbki ograniczenia swobodnej odkształcalności, natomiast służy jako pierścień formujący i zachowujący izolację powierzchni wewnętrznej pierścieni betonowych. Badanie przedstawiono na rys. 11.



Rys. 11 Badanie swobodnego skurczu liniowego betonowych próbek pierścieniowych z wykorzystaniem czujników laserowych.

Wiązki laserów z dokładnością 0,001 mm mierzyły przemieszczenia czopików pomiarowych ustawionych osiowo w średnicy próbki pierścieniowej. Pomiar przemieszczeń był przeliczany na wartość skurczu za pomocą równania (5). Sposób formowania, czas rozformowywania, wielkość powierzchni wysychania przyjęto identycznie jak w badaniu wg ASTM.

$$\varepsilon_{sw} = \frac{(l_{n,1} - l_1) + (l_{n,2} - l_2)}{d} = \frac{\Delta l_1 + \Delta l_2}{d} \quad \left[ \frac{\mu m}{m} \right] \quad (5)$$

gdzie:

$\varepsilon_{sw}$  - odkształcenia spowodowane skurczem swobodnym, [ $\mu m/m$ ],  $l_{n,1}$ ,  $l_{n,2}$  – wynik pomiaru przemieszczenia próbki po upływie czasu  $n$ , [m],  $l_1$ ,  $l_2$  – wynik pierwszego pomiaru próbki (w chwili rozpoczęcia rejestracji pomiarów), [m],  $\Delta l_1, \Delta l_2$  – przyrost pomiaru przemieszczenia próbki, [m],  $d$  – osiowa średnica próbki pierścieniowej, [m].

W celu porównania warunków i wspólnych zależności między oddziaływaniem skurczowym w czasie pęknięcia a skurczem swobodnym i właściwościami mechanicznymi badanych betonów wyznaczono wskaźnik potencjalnego pęknięcia CPI (Cracking Potential Indicator), wyrażony równaniem (6). [13]

$$CPI = \frac{\varepsilon_{sw}}{\frac{f_{ct}}{E_{cm}}} \quad [-] \quad (6)$$

gdzie:

$\varepsilon_{sw}$  – skurcz swobodny mierzony po 28 dniach od rozformowania próbek, [ $\mu m/m$ ],  $f_{ct}$  – wytrzymałość betonu na rozciąganie osiowe mierzona po 28 dniach od betonowania, [MPa],  $E_{cm}$  – moduł sprężystości betonu mierzony po 28 dniach od betonowania, [GPa].

Stosunek wytrzymałości na rozciąganie  $f_{ct}$  do modułu sprężystości  $E_{cm}$  określa nominalną pojemność odkształceń przy rozciąganiu. Współczynnik ten nie ma sensu fizycznego, ale jest stosowany jako względne porównanie materiałów. Większa nominalna pojemność odkształceń oznacza, przeniesienie większej ilości deformacji przez materiał przed jego pęknięciem. Do obliczeń stosuje się wartości właściwości mechanicznych materiałów badanych przez 28 dni od betonowania. Na podstawie wskaźnika potencjalnego pęknięcia można przyjąć klasy podatności na pękanie betonów przedstawione w tabeli 5.

Tabela 5 Klasyfikacja potencjalnego pęknięcia w oparciu o CPI. [13]

Wskaźnik potencjalnego pęknięcia (CPI)	Klasa potencjalnego pęknięcia
$CPI \geq 4,0$	Wysoka
$3,0 \leq CPI < 4,0$	Średnia
$CPI \leq 3,0$	Niska

W tabeli 6 przedstawiono analizę porównawczą dynamiki pęknięcia na podstawie czasów pęknięcia próbek ograniczonych odkształcalnością wg ASTM a wskaźnikiem CPI.

Tabela 6 Analiza obliczeniowa wskaźnika CPI i klasyfikacja potencjalnego pęknięcia.

	M-1	M-2	M-3
$E_{cm}$ [GPa]	38,25	20,28	10,01
$f_{ct}$ [MPa]	4,51	3,21	1,93
$\varepsilon_{sw}$ [ $\mu m/m$ ]	6,50E-04	7,50E-04	1,02E-03
$f_{ct}/E_{cm}$	1,18E-04	1,25E-04	1,93E-04
Pojemność odkształceń przy rozciąganiu	Średnia	Średnia	Średnia
<b>CPI</b>	<b>5,51</b>	<b>4,74</b>	<b>5,29</b>
Klasa potencjalnego pęknięcia	Wysoka	Wysoka	Wysoka
<b><math>t_{cr}</math></b>	<b>2,33</b>	<b>7,94</b>	<b>3,73</b>
Klasa wg ASTM	Wysoka	Umiarkowanie wysoka	Wysoka

W tabeli 6 przedstawiono analizę porównawczą dynamiki pęknięcia na podstawie czasów pęknięcia próbek ograniczonych odkształcalnością wg ASTM a wskaźnikiem CPI.

Można zauważyć, że beton M-3 posiada najwyższą pojemność odkształceń przy rozciąganiu. Jest to spowodowane stosunkowo niskim modułem sprężystości względem mieszanki M-1. Różnica wartości modułu spowodowana jest zastąpieniem grubego kruszywa naturalnego kruszywem lekkim Pollytag. Beton M-2 posiada wyższą wytrzymałość na rozciąganie i moduł sprężystości od mieszanki M-3, ponieważ kruszywo drobne pozostało naturalne. Beton M-1, charakteryzuje się najwyższą wytrzymałością na rozciąganie to przy wysokim module sprężystości wykazał najwyższą wartość współczynnika potencjalnego pęknięcia. Można wnioskować, że nieodkształcalne kruszywo naturalne i sztywna matryca cementowa betonu M-1 klasyfikują go do wysokiego potencjału na zarysowania i pękanie. Tak samo zostały sklasyfikowane betony M-2 i M-3, dla których wartości współczynnika CPI były

odpowiednio niższe. Analiza wskaźnika CPI potwierdziła analizę wg ASTM i wykazała, że jest właściwa do oszacowania podatności na pękanie betonów tylko przy znajomości samego skurczu swobodnego i właściwości mechanicznych.

## 7. Przewidywanie zjawiska pękania w betonie przy pomocy metody Monte Carlo

W przedstawionej analizie parametry opisujące właściwości materiału zostały przyjęte na podstawie wyników badań laboratoryjnych dla poszczególnych mieszanek betonów samozagęszczalnych. Parametry te zestawiono w tabeli 7.

Tabela 7 Parametry materiałowe betonów otrzymane na podstawie badań laboratoryjnych.

	$f_{cm15}$ [MPa]	$E_{cm}$ [GPa]	$f_{ct}$ [MPa]	$C_1$ [1/d]	$C_2$ [1/d]	$C_3$ [1/d]	$C_4$ [1/d]	Skurcz [ $\mu\epsilon$ ]	$t_s$ [d]	$t_d$ [d]	RH zewn. [%]	RH wewn. [%]
<b>M-1</b>	90,6	38,25	4,51	1	1	25	10	650	0,2 5	1	85	50
<b>M-2</b>	48,6	20,28	3,21	1	1	40	30	750				
<b>M-3</b>	42,7	10,01	1,93	4	2	30	14	1020				

gdzie: d = dzień,  $t_s$  = czas wiązania,  $t_d$  = czas, w którym rozpoczęto proces wysychania

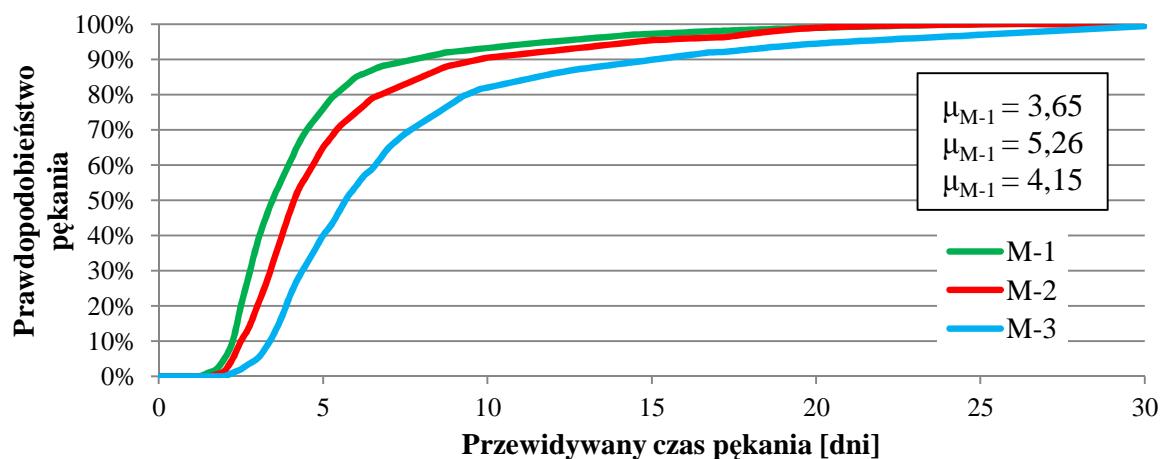
Do przeprowadzenia symulacji komputerowych oceniających prawdopodobieństwo pękania betonu w czasie wykorzystano komercyjne oprogramowanie @Risk, wykorzystujące metodę Monte Carlo. Wartości wytrzymałości na rozciąganie ( $f_{ct}$ ), modułu sztywności ( $E_{cm}$ ), oraz skurcz ( $\beta_N$ ), zdefiniowano jako zmienne losowe, które opisane zostały rozkładem normalnym o współczynniku zmienności 10%. Wielkość rozrzutu 10% została wybrana arbitralnie [9]. Podczas każdej symulacji, program @Risk przeprowadzał 10.000 iteracji, wykorzystując metodę losowania „latin hypercube”. Liczby pseudolosowe były generowane stosując generator „Mersenne Twister”, charakteryzujący się wysokim stopniem równomierności rozkładu. Wartości  $f_{ct}$ ,  $E_{cm}$ , oraz  $\beta_N$  były generowane w poszczególnych przedziałach rozkładu normalnego i dalej były wykorzystywane do obliczania przyrostu wytrzymałości i naprężeń w betonie. W przypadkach, kiedy obliczone naprężenia własne przekraczały wytrzymałość materiału, było to odnotowywane przez program jako zjawisko pękania i czas (dzień) pękania był rejestrowany.

Porównując dystrybuanty prawdopodobieństw pękania przedstawione na rys. 12, można zauważyć, iż najwcześniejszy czas pękania przewidywany jest dla mieszanki M-1, następnie dla mieszanki M-3, natomiast krzywa dla mieszanki M-2 jest najmniej stroma, a więc i późniejszy jest spodziewany czas wystąpienia pękania.

Podczas gdy przewidywany czas pękania pozwala oszacować przedział czasowy, w którym powstawanie spękań jest najbardziej prawdopodobne, analiza całkowitego prawdopodobieństwa spękania pozwala oszacować jaki procent całkowitej populacji badanego betonu jest podatny na spękania. Aby porównać krzywe gęstości, wykorzystano funkcję oprogramowania @Risk, pozwalającą na dopasowanie wybranych rozkładów do danych otrzymanych w wyniku symulacji.

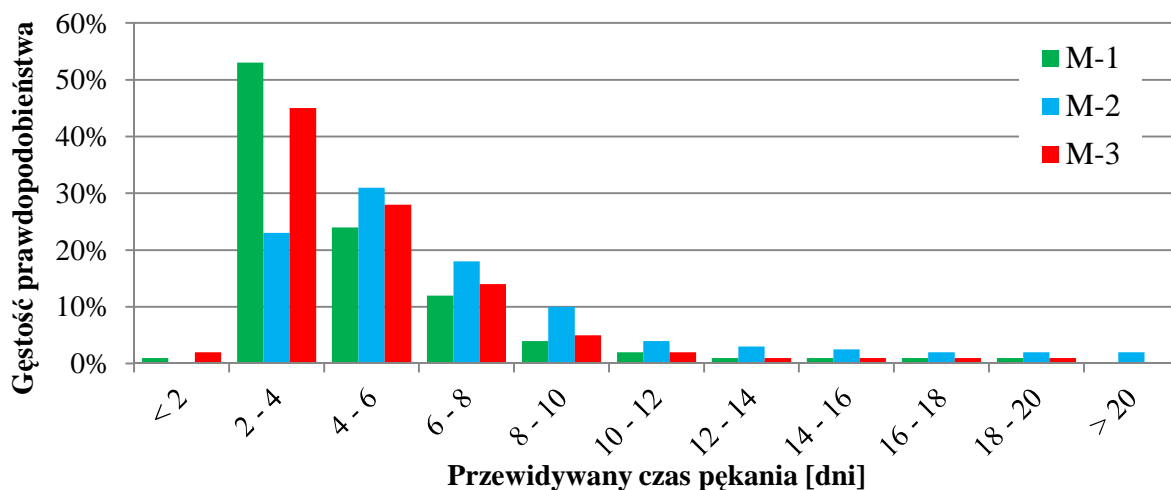
Na rys. 14 pokazano współczynniki pękania wyrażone rozkładem normalnym, choć należy tutaj zaznaczyć, iż inne rozkłady, np. Laplace’a, Pareto, czy wykładniczy, również mogłyby wiarygodnie odzwierciedlać otrzymane wyniki.



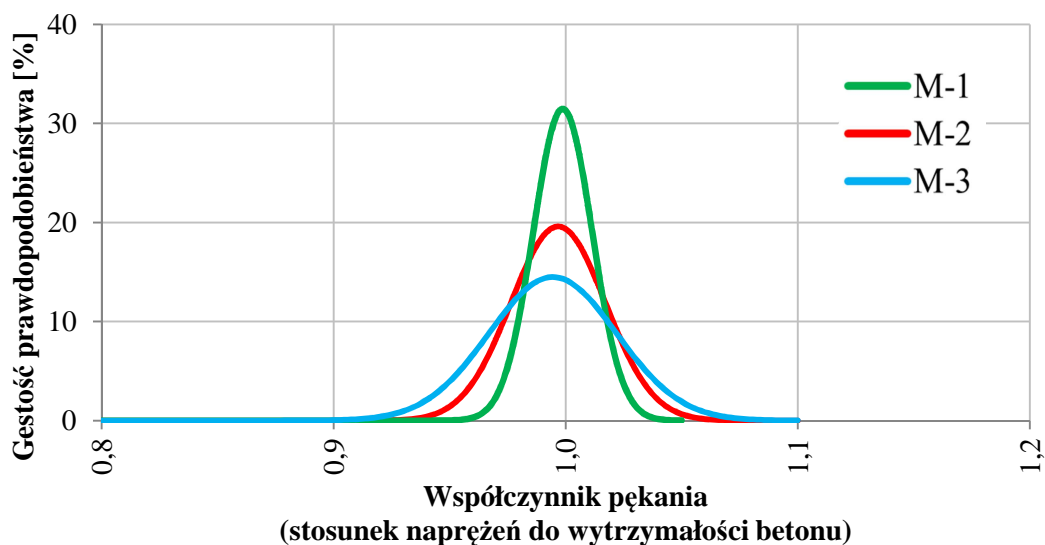


Rys.12 Porównanie dystrybuant prawdopodobieństwa pęknięcia.

Na rys. 13 przedstawiono histogram czasu pęknięcia poszczególnych próbek betonowych, prawdopodobieństwem wystąpienia pęknięcia w danych przedziałach czasowych.



Rys. 13 Histogram czasu pęknięcia.



Rys. 14. Porównanie krzywych „najlepszego dopasowania” dla współczynnika pęknięcia - według rozkładu normalnego.

Współczynnik pękania populacji próbek jest największy dla mieszanki M-1, którą cechuje również najwcześniejszy czas powstawania spękań (rys. 12, rys. 13). Oznacza to, iż beton z kruszywem naturalnym pęka najszybciej oraz pękanie nastąpi we wszystkich badanych próbkach. W przypadku mieszanki M-2 z grubym kruszywem lekkim Pollytag, oczekiwany czas pękania jest krótszy niż w przypadku betonu M-3, ale prawdopodobieństwo wystąpienia pękania jest najmniejsze. Wyniki z analizy Monte Carlo pokrywają się w tym zakresie z analizami ASTM i wskaźnika CPI. Dodatkowo porównując dopasowane rozkłady normalne trzech analizowanych mieszanek widać, iż najmniejszy rozrzut prawdopodobieństwa pękania populacji betonu odnotowano dla M-1, natomiast największy rozrzut prawdopodobieństwa otrzymano dla mieszanki M-2.

Tabela 9 przedstawia porównanie czasów pękania otrzymanych w badaniach pierścieniowych według normy ASTM C 1581-9 ( $t_{lab}$ ) z wynikami symulacji ( $t_{sym}$ ). W tabeli zaznaczono również czas, w jakim oczekiwane jest, iż mniej niż 5% próbek ulegnie spękaniu ( $t_{5\%}$ ) oraz czas, w jakim oczekiwane jest, iż więcej niż 90% próbek ulegnie spękaniu ( $t_{90\%}$ ). Jak widać, wyniki symulacji komputerowych wykazują zgodność z badaniami laboratoryjnymi, co daje podstawę do dalszych prac nad wykorzystaniem metody Monte Carlo do przewidywania zjawiska pękania w betonie.

Tabela 9 Porównanie czasów pękania przewidzianego w wyniku symulacji oraz uzyskanego w badaniach laboratoryjnych na próbkach pierścieniowych.

BETON	$t_{sym}$ [dni]	$t_{5\%}$ [dni]	$t_{90\%}$ [dni]	$t_{lab}$ [dni]
M-1	<b>3,65</b>	2,2	7,7	<b>3,33</b>
M-2	<b>5,26</b>	2,9	14,6	<b>6,57</b>
M-3	<b>4,15</b>	2,3	9,7	<b>4,73</b>

## Wnioski

Zastosowane podczas badań metody nieznormalizowane w Polsce wykazały ich dużą przydatność do oceny podatności na pękanie betonów. Wyniki badań laboratoryjnych, analiz numerycznych oraz symulacji probabilistycznych wykazały dużą zbieżność i pokazały, że możliwa jest analiza podatności na pękanie bez pomiaru pękania betonu. Określenie wskaźnika potencjalnego pękania CPI, bazującego na danych wytrzymałościowych i skurczu swobodnym zgodziły się z badaniami laboratoryjnymi wg ASTM C 1581-9 oraz z symulacjami Monte Carlo.

Model probabilistyczny umożliwia analizę rozwoju naprężeń i wytrzymałości elementów betonowych. Za pośrednictwem metody Monte Carlo, model obliczeniowy pozwala wyznaczyć prawdopodobieństwo pękania betonu w czasie a także wyznacza procentowy udział populacji próbek ulegających spękaniu w danym przedziale czasowym. Możliwość ustawień parametrów materiałowych i warunków klimatycznych pozwala na dokładną analizę obliczeniową. Model dostarcza miarodajnych informacji o rozwoju naprężeń własnych w elemencie betonowym i pozwala oszacować czas pękania.

Przedstawione metodologie spełniają swoje założenia, przez co mogą być wdrożone do procesów projektowania mieszanek betonowych jako warunek dopuszczalnego prawdopodobieństwa pękania. Mogą również znaleźć wykorzystanie przy optymalizacji wymiarowania zbrojenia przeciwskurczowego. Przedstawiony model obliczeniowy może również posłużyć do weryfikacji jakości betonu bezpośrednio na budowie i ocenić jego trwałość oraz podatność na pękanie.

Nowe betony jakimi są lekkie betony samozagęszczalne są niezwykle interesującym materiałem, który bez obaw może być stosowany w odpowiedzialnych konstrukcjach betonowych. Jego zalety są niewątpliwe, a dodatkowo należy uwzględnić ważny w chwili obecnej aspekt ekologiczny, jakim jest zastosowanie do betonu kruszywa Pollytag produkowanego z odpadowych popiołów lotnych.

### **Bibliografia:**

- [1] Khayat K. H.: Workability, Testing, and Performance of Self-Consolidating Concrete. Materials Journal vol. 96; (1999), str. 346-353
- [2] Hadidi R., Saadeghvaziri M.: Cause and Control of Transverse Cracking in Concrete Bridge Decks. Final Report, FHWA-NJ-2002-19. Department of Civil and Environmental Engineering. New Jersey Institute of Technology; (2002)
- [3] Radlinska A., Bucher B., Weiss J.: Comments on the Interpretation of Results from the Restrained Ring Test. Journal of ASTM International, vol. 5, no. 10; (2008), str. (1-12)
- [4] Holt E.: Early age autogenous shrinkage of concrete. Technical Research Centre of Finland, (2001)
- [5] Meyer M., Watson L., Walton M., Skinner R.: Control of Cracking in Concrete State of the Art. Transport Research Circular. Number E-C107, (2006)
- [6] Slowik, V., Schmidt, M.: Kapillare Schwindrissbildung in Beton. Bauwerk Verlag, Berlin (2010)
- [7] Göbelsmann M. Zwangsläufig Risse? Vouten in Bodenplatten. DBZ Deutsche Bauzeitschrift. vol. 8/13; (2013), str. 58-61
- [8] Japan Concrete Institute, Technical Committee on Autogenous Shrinkage of Concrete "Committee Report" Autogenous Shrinkage of Concrete, edited by Eiichi Tazawa, E & FN Spon, London; (1999), str. 1-62.
- [9] Radlińska, A., Pease, B., Weiss, J.: A Preliminary Numerical Investigation on the Influence of Material Variability in the Early-Age Cracking Behavior of Restrained Concrete', RILEM Materials and Structures Vol.40 (4); (2007), str. 375-386
- [10] Kaszynska M., Zielinski A. Influence of mixture composition on shrinkage cracking of lightweight self-consolidating concrete. Brittle Matrix Composites; (2012), str. 265–274
- [11] Kaszynska M., Zielinski A. Restrained shrinkage cracking performance of lightweight self-consolidating concrete. Proceedings of the Fifth North Conference on the Design and Use of Self-Consolidating Concrete, Chicago, Illinois, USA; (2013)
- [12] Kaszynska M., Zielinski A. Effect of Lightweight Aggregate on Minimizing Autogenous Shrinkage in Self-consolidating Concrete. Procedia Engineering v.108; (2015), str. 608–615
- [13] Fu T., Ideker J., Deboodt T.: Development of Shrinkage Limits and Testing Protocols for Odot High Performance Concrete. Final Report SPR 728. Oregon Department of Transportation; (2013)